جامعة الفرات كلية العلوم الثالثة قسم الرياضيات السنة الرابعة

سلم تصحيح مقرر تحريك الجسم الصلب الاسم:

الدورة الفصلية الأولى للعام الدراسي 2023-2024 العلامة: 100 درجة

السؤال الأول (20 درجة): عرف كل مما يلي:

مركز عطالة مجموعة مادية:

إذا كانت لدينا مجموعة مادية (s) مكونة من عدد من النقاط (n) مواضعها p_i وكتلتها m_i حيث $i= 1,2,\dots,n$ عندها نعرف مركز كتلة (عطالة) المجموعة المادية بأنه النقطة c التي تحقق العلاقة التالية:

5

$$m_1 \overrightarrow{cp_1} + m_2 \overrightarrow{cp_2} + \dots + m_n \overrightarrow{cp_n} = \overrightarrow{0}$$

$$\sum_{i=1}^{n} m_i \overrightarrow{cp_i} = \overrightarrow{0}$$

جملة العطالة الأساسية:

5

عندما تنطبق المحاور الإحداثية على محاور تناظر الجسم فإن جملة العطالة تكون مركزية وتسمى جملة العطالة في هذه الحالة جملة عطالة أساسية.

العزم الحركي بالنسبة لنقطة:

5

العزم الحركي بالنسبة لنقطة o

العزم الحركي بالنسبة لنقطة مادية p بالنسبة للنقطة o

هو عزم كمية الحركة للنقطة p بالنسبة للنقطة o

$$\overrightarrow{\sigma_o}(p) = \overrightarrow{op} \wedge m\overrightarrow{v}(p)$$

الطاقة الحركية لمجموعة مادية:

5

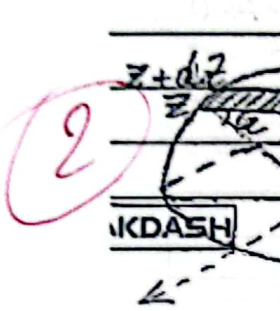
الطاقة الحركية لمجموعة مادية: $T(s) = \sum \frac{1}{2} m_i v^2(p_i)$

هي مقدار سلمي

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

السؤال الثاني (20 درجة):

أوجد مركز ثقل قشرة كروية نصف قطرها R مع الرسم ؟



نعتبر أن محور تناظر نصف الكرة هو محور z وبالتالي مركز الثقل يقع على z

$x(c) = y(c) = 0$ (2)

$dz = R\,d\theta$

$z(c) = \frac{\iint z\,dv}{\iint dv}$ (2)

نعتبر عنصر تفاضلي هو عبارة عن شريط يقع بين مستويين z و $z+dz$ مساحته هي مساحة أسطوانة طولها:

$2\pi r = 2\pi R\cos\theta$ (2)

$dz = R\,d\theta$ ومنه (1)

$dv = 2\pi R\cos\theta\, R\,d\theta$ ومنه

$z = R\sin\theta$

$dz = R\cos\theta\,d\theta$ (2)

$\Rightarrow dv = 2\pi R\,dz$

$z: 0 \to R$

$z(c) = \frac{\int_0^R z\cdot 2\pi R\,dz}{\int_0^R 2\pi R\,dz}$ (2)

$z(c) = \frac{\left[\frac{z^2}{2}\right]_0^R}{[z]_0^R}$ (2)

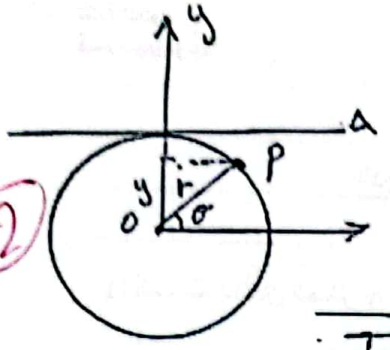
$z(c) = \frac{\frac{R^2}{2}}{R} = \frac{R}{2}$ (3)

$\Rightarrow$ مركز الثقل هو $(0, 0, \frac{R}{2})$ (2)

السؤال الثالث (20 درجة):

أوجد تنسور العطالة المركزي، ومجسم العطالة المركزي لصفيحة دائرية نصف قطرها R وكتلتها M ، ثم أوجد عزم عطالة الصفيحة بالنسبة لنقطة من محيطها ؟

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner



(2)

نأخذ جملة محاور مركزها مركز الصفيحة ومحاورها تنطبق على محاور تناظر الصفيحة.

أي الجملة جملة محاور أساسية ومباعداتها الطالبة معدومة.

$$I_{xy} = I_{xz} = I_{yz} = 0 \quad (1)$$

$$I_x = S\iiint (y^2 + z^2)\, dv \quad (1)$$

$z = 0$ لأن الصفيحة تقع في المستوي oxy

$$I_x = S\iiint y^2 dv \quad ; \quad S = \frac{M}{\pi R^2}$$ كتلة الوحدة من السطح

الإحداثيات القطبية

$$y = r\sin\theta$$
$$dv = r\,dr\,d\theta$$

$r : 0 \to R$, $\theta : 0 \to 2\pi$

$$I_x = \frac{M}{\pi R^2}\int_0^R\int_0^{2\pi} r^2\sin^2\theta\, r\, dr\, d\theta \quad (1)$$

$$I_x = \frac{M}{\pi R^2}\int_0^R r^3 dr \int_0^{2\pi}\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\cos 2\theta\right) d\theta \quad (1)$$

$$I_x = \frac{M}{\pi R^2}\left[\frac{r^4}{4}\right]_0^R \left[\frac{\theta}{2} - \frac{1}{4}\sin 2\theta\right]_0^{2\pi} \quad (1)$$

$$I_x = \frac{M}{\pi R^2}\,\frac{R^4}{4}\left((\pi - 0) - 0\right) = \frac{MR^2}{4}$$

(بسبب التناظر) $I_x = I_y = \frac{MR^2}{4}$ (1)

$$I_z = S\iiint (x^2 + y^2)\, dv$$

$$I_z = S\iiint x^2 dv + S\iiint y^2 dv \quad (1)$$

$$I_z = I_y + I_x = \frac{MR^2}{4} + \frac{MR^2}{4} = \frac{MR^2}{2} \quad (2)$$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

$$T_O^S = \begin{bmatrix} \frac{MR^2}{4} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{MR^2}{4} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{MR^2}{2} \end{bmatrix}$$

جسم المطابقة الناقص المركزي:

$$Ax^2 + By^2 = 1 \Rightarrow \frac{MR^2}{4}(x^2 + y^2) = 1$$

"معادلة قطع" ناقص

حسب نظرية هوجنز:

$$I_p = I_O + Md^2$$

$$I_O = \frac{1}{2}(I_x + I_y + I_z) = \frac{1}{2}\left(\frac{MR^2}{4} + \frac{MR^2}{4} + \frac{MR^2}{2}\right) = \frac{MR^2}{2}$$

$$d = R \Rightarrow I_p = \frac{MR^2}{2} + MR^2 = \frac{3MR^2}{2}$$

عزم لأطالة بالنسبة لمحور مار بالنقطة ذا لمرجع

عزم المطابقة بالنسبة لمحور مار حسب نظرية هوجنز:

عزم المطابقة بالنسبة لمحور مار حسب نظرية هوجنز:

$$I_p = I_x + Md^2$$

$$d = R \Rightarrow I_D = \frac{MR^2}{4} + MR^2 = \frac{5MR^2}{4}$$

السؤال الرابع (20 درجة):

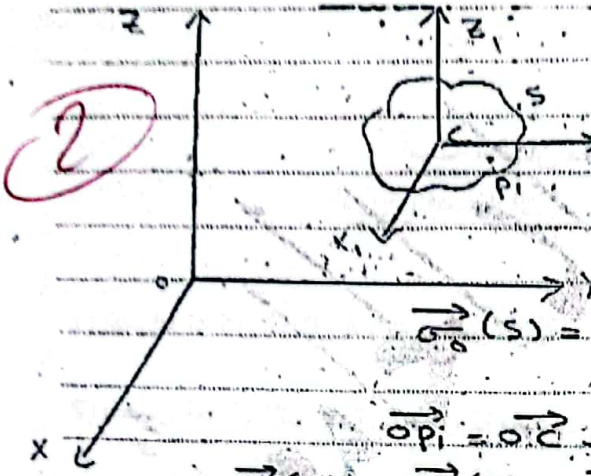
أكتب نص نظرية كونيك في العزم الحركي، ثم برهن صحتها مع الرسم؟

((العزم حركي للمجموعة المادية (S) حول نقطة ثابتة O يساوي العزم حركي مركز ثقل المجموعة (C) باعتبار أن كتلة هي الكتلة الكلية للمجموعة S مضافا إليه العزم حركي للمجموعة المادية حول مركز الكتل)) حول نقطة ثابتة O وهذا مهم جدا.

لتكن $R(O, \vec{e_x}, \vec{e_y}, \vec{e_z})$ علمة عطالية ثابتة

ولتكن علمة محاور إحداثية جد بيه مركز عطالة المجلة (S) وليكن C محاورها توازي محاور العلمة الثابتة

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner



نعلم أن :

$$\vec{\sigma_o}(S) = \sum (\vec{oP_i} \wedge m_i \vec{V}(P_i)) \quad \ldots (1$$

$$\vec{oP_i} = \vec{oC} + \vec{CP_i} \quad \ldots (2$$

$$\vec{V}(P_i) = \vec{V}(C) + \vec{V}_c(P_i) \quad \ldots (3$$

نشتق بالنسبة للزمن

بتعويض 2) و 3) في 1)

$$\vec{\sigma_o}(S) = \sum ((\vec{oC} + \vec{CP_i}) \wedge m_i (\vec{V}(C) + \vec{V}_c(P_i)))$$

$$= \sum \vec{oC} \wedge m_i \vec{V}(C) + \sum \vec{CP_i} \wedge m_i \vec{V}(C)$$

$$+ \sum \vec{oC} \wedge m_i \vec{V}_c(P_i) + \sum \vec{CP_i} \wedge m_i \vec{V}_c(P_i)$$

$$① = \vec{oC} \wedge M \vec{V}(C) \; ; \; M = \sum m_i = \vec{\sigma_o}(C)$$

$$② = \left(\sum m_i \vec{CP_i}\right) \wedge \vec{V}(C)$$

$$= 0$$

(لأن C مركز كتلة)

$$③ = \vec{oC} \wedge \sum m_i \vec{V}_c(P_i)$$

$$\left(\sum m_i \vec{CP_i}\right) \Rightarrow \sum m_i \vec{V}_c(P_i) = 0$$ حيث تعريف مركز الكتلة

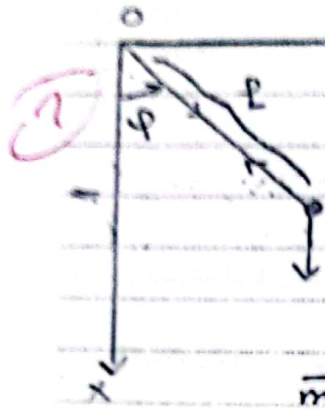
$$④ = \vec{\sigma_c}(S)$$

$$\Rightarrow \vec{\sigma_o}(S) = \vec{\sigma_o}(C) + \vec{\sigma_c}(S)$$

السؤال الخامس (20 درجة):

أوجد باستخدام نظرية العزم الحركي المعادلة التفاضلية للنواس البسيط وذلك من أجل السعات الصغيرة مع العلم أن طول خيط النواس L والكتلة المعلقة m والزاوية التي يصـــنعها الخيط مع الشـــاقول هي α، مع رسم الشكل؟

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner



نأخذ النقطة O كمركز اختزال

جسيرة هذه m، مطابقة بنقطية
خيط خفيف غير قابل للامتطاط كتلته مهملة
وطوله L بتطبيق نظرية العزم الحركي:

$$\frac{d\overrightarrow{\sigma_o}}{dt} = \overrightarrow{M_o} \quad (2)$$

$\overrightarrow{mg}$ الوحيدة الخارجية المؤثرة.. ثقل السقطة الحادثة

$$\overrightarrow{\sigma_o}(S) = \overrightarrow{\sigma_o}(\text{الخيط}) + \overrightarrow{\sigma_o}(\text{الكتلة } p) \quad (1)$$

$\overrightarrow{\sigma_o}(\text{الخيط}) = 0$ لأن كتلة الخيط مهملة

$$\overrightarrow{\sigma_o}(S) = \overrightarrow{OP} \wedge m\overrightarrow{V}(P) \quad (2)$$

باعتبار الكرة نقطة مادية

$$\overrightarrow{OP} = L\cos\varphi\,\overrightarrow{ex} + L\sin\varphi\,\overrightarrow{ey} \quad (1)$$

$$\overrightarrow{V}(P) = -L\varphi'\sin\varphi\,\overrightarrow{ex} + L\varphi'\cos\varphi\,\overrightarrow{ey} \quad (2)$$

$$\overrightarrow{\sigma_o}(S) = \overrightarrow{\sigma_o}(P) = m \begin{vmatrix} \overrightarrow{ex} & \overrightarrow{ey} & \overrightarrow{ez} \\ L\cos\varphi & L\sin\varphi & 0 \\ -L\varphi'\sin\varphi & L\varphi'\cos\varphi & 0 \end{vmatrix} \quad (1)$$

$$= mL^2\varphi'\,\overrightarrow{ez} \quad (2)$$

$$\overrightarrow{H_o} = \overrightarrow{OP} \wedge m\overrightarrow{g} = \begin{vmatrix} \overrightarrow{ex} & \overrightarrow{ey} & \overrightarrow{ez} \\ L\cos\varphi & L\sin\varphi & 0 \\ mg & 0 & 0 \end{vmatrix} \quad (1)$$

$$\overrightarrow{H_o} = -mgL\sin\varphi\,\overrightarrow{ez} \quad (2)$$

نبدل في نظرية العزم الحركي..

$$mL^2\varphi'\,\overrightarrow{ez} = -mgL\sin\varphi\,\overrightarrow{ez} \quad (1)$$

$$\boxed{\varphi'' + \frac{g}{L}\sin\varphi = 0} \quad (2)$$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

هي المعادلة التفاضلية لحركة النواس البسيط في حالة السعات الصغيرة

$$\sin\varphi \approx \varphi \quad (1)$$

$$\varphi'' + \omega^2 \varphi = 0 \quad ; \quad \omega = \sqrt{\frac{g}{L}}$$

$$\varphi = A\cos\omega t + B\sin\omega t$$

مدرس المقرر

د. حسين العلي

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

جامعة الفرات
كلية العلوم بالحسكة
قسم: الرياضيات

نتائج امتحان مقرر (تحريك جسم صلب) لطلاب السنة الرابعة

الدورة الأولى - للعام الدراسي 2023 - 2024 م.

التسلسل	الرقم الجامعي	الاسم الثلاثي	العلامة		النتيجة
			رقماً	كتابة	
1	285	زهير الأحمد	38	ثمانٍ وثلاثون فقط .	راسب
2	735	يوسف الخضرو	60	ستون فقط .	ناجح
3	1875	أسامة البكر	67	سبع وستون فقط .	ناجح
4	1992	مصعب العمير	5	خمس فقط .	راسب
5	2270	خبات عمر	63	ثلاث وستون فقط .	ناجح

عميد كلية العلوم بالحسكة
د. حسين عبد القادر قريوي

رئيس شعبة الامتحانات
أ. يسرى العلي

أعضاء لجنة الرصد
مسجل:

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

جامعة الفرات
كلية العلوم بالحسكة
قسم الرياضيات

درجات الامتحان في مقرر (تربوباسكال) لطلاب السنة: الأولى

الدورة الامتحانية الأولى للعام الدراسي 2023 / 2024 م.

التسلسل	الرقم الجامعي	الاسم الثلاثي	العلامات		المجموع		النتيجة
			الامتحان العملي	الامتحان النظري	رقماً	كتابة	
1	2074	اريج العزيز	15	25	40	فقط أربعون علامة	راسب
2	2123	ربيعه دلي	20	22	46	ست وأربعون فقط	راسب
3	2138	ميساء احمد	10	18	28	ثمان و عشرون فقط.	راسب
4	2194	فاطمة العبد	20	15	35	خمس وثلاثون فقط	راسب
5	2209	احمد خميس	14	9	23	ثلاث وعشرون فقط	راسب
6	2254	راية نوري العكلة	13	17	30	فقط ثلاثون علامة	راسب
7	2258	خالد محمد حمود	19	37	56	ست وخمسون فقط	راسب
8	2266	مرح محمد الحسن الحلو	23	62	85	خمس و ثمانون فقط	ناجح
9	رقة	مجد الدين العجاج	17	31	48	ثمان و أربعون فقط	راسب

جامعة الفرات ★ مجلس كلية العلوم بالحسكة ★ شعبة الامتحانات

رئيس شعبة الامتحانات
أ. يسرى العلي

عميد كلية العلوم بالحسكة
د. حسين قريوي

لجنة الرصد

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner